



GÖTEBORGS UNIVERSITET

Lärares beskrivning av matematikundervisning genom problemlösning

Gunilla Johansson

Självständigt arbete L6XA1A

Examinator: Florenda Gallos Cronberg

Rapportnummer: VT19-2930-018-L6XA1A

Sammanfattning

Titel: Lärares beskrivning av matematikundervisning genom problemlösning

Engelsk titel: Teacher's description of mathematics teaching through problem solving

Författare: Gunilla Johansson

Typ av arbete: Examensarbete på avancerad nivå (15 hp)

Examinator: [Fylls i när slutgiltig version lämnas in efter seminariet]

Rapportnummer: VT19-2930-018-L6XA1A

Nyckelord: matematiklärare, matematikundervisning, problemlösning,

Syftet med detta examensarbete är att studera hur matematiklärare i åk 4–6 ser på matematikundervisning genom problemlösning. Syftet kan besvaras genom följande frågor: Hur definierar matematiklärare i åk 4–6 ett matematiskt problem? Hur beskriver matematiklärare sin matematikundervisning genom problemlösning? Vad har matematiklärare för mål när de undervisar genom problemlösning?

För att besvara studiens syfte och frågeställning intervjuade jag sex lärare i årskurs 4–6 och använde jag mig av kvalitativa semistrukturerade intervjuer. Intervjuerna transkriberades och jag gjorde en tematisk innehållsanalys av detta.

Resultatet visade att de intervjuade matematiklärarnas beskrivning av lektioner genom problemlösning liknar varandra men de sätter sin personliga prägel på dem. De beskriver att de börjar lektionen med en gemensam genomgång av ett givet problem. Eleverna arbetar enskilt eller i grupp för att lösa problemet. Under problemlösningsprocessen går lärarna runt till eleverna i klassrummet och ställer frågor samt stöttar eleverna. Redovisning av problemlösningarna görs genom att eleverna redovisar inför hela klassen eller läraren. Eleverna använder sig av olika representationsformer. Målet med deras undervisning genom problemlösning är att stärka elevernas självförtroende och attityden till matematik. Matematiklärarna beskriver att ett matematiskt problem kan kopplas till vardagen samt att det krävs mer av eleverna för att lösa dessa ”problem” än de rutinuppgifter som finns i matematikböckerna, det vill säga att eleverna inte har en given procedur för att lösa problemet. Lärarna nämner att de utgår från matematikboken i sin undervisning dock visade det sig att en lektion i veckan används enbart till problemlösning. Lärarna beskriver att de får ”fostra” eleverna till att det tar tid att lösa problemlösningssuppgifterna. De nämner även att det tar längre tid för dem själva att planera, hitta problem och genomföra dessa lektioner.

Innehållsförteckning

Inledning.....	1
Syfte och frågeställning.....	3
Teoretisk anknytning.....	3
Problemlösning i matematikundervisning.....	3
Beskrivning av problem i problemlösning	3
Strategier vid problemlösning	4
Tidigare forskning	4
Matematikundervisning genom problemlösning.....	4
Problemlösningsprocessen	5
Metod	7
Urval.....	8
Genomförandet.....	9
Forskningsetiska principer	9
Validitet och reliabilitet.....	9
Resultat och analys.....	10
Lärarnas beskrivning av ett matematiskt problem	10
Problem kopplat till vardagen	10
Elevers användande av strategier och metoder för att lösa ett matematiskt problem	10
Lärarnas beskrivning av matematikundervisning genom problemlösning	11
Maria	11
Petra.....	11
Anna	12
Elin	13
Marie	14
Sara.....	14
Lärarnas mål med matematiklektioner genom problemlösning	15
Tid	15
Diskussion	16
Lärarnas definition av ett matematiskt problem.....	16
Lärarnas beskrivning på matematikundervisning genom problemlösning	16
Lärarnas mål när de undervisar genom problemlösning	18
Metoddiskussion.....	18
Slutsats	19
Vidare forskning.....	20
Referenser.....	21
Bilaga 1 Intervjuguide	23

Inledning

Problemlösning lyfts både som ett centralt innehåll och matematisk förmåga i Läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011, reviderad 2018 (Lgr 11). Det senare betyder att lärare ska bedöma kunskaper under de övriga rubrikerna från det centrala innehållet ur ett problemlösningssperspektiv och dessutom bedöma problemlösning som ett centralt innehåll utifrån förmågorna – begrepp, metod, kommunikation och resonemang. I detta examensarbete kommer jag att studera hur matematiklärare i årskurs 4–6 ser på matematikundervisning genom problemlösning.

Under min utbildning på Grundlärarprogrammet årskurs 4 – 6 väcktes mitt intresse för problemlösning i matematik eftersom arbetet med att lösa olika typer av problem under vår matematikkurs bidrog till att förstå ett matematiskt innehåll. Ett matematiskt problem definierar Skolverket (2017) i kommentarmaterialet till matematik följande:

Matematiska problem är situationer eller uppgifter där eleverna inte på förhand känner till hur problemet ska lösas. Istället måste de undersöka och prova sig fram för att finna en lösning. Matematiska problem kan också beskrivas som uppgifter som inte är av rutinkaraktär. (s.25)

Taflin (2007) beskriver ett problem som en speciell typ av uppgift som ska uppfylla tre villkor såsom:

1. att en person vill eller behöver lösa
2. personen ifråga inte har en på förhand given procedur för att lösa och
3. det krävs en ansträngning av henne eller honom att lösa. (s.27)

De matematiska problemen bidrar till att välja och använda olika strategier för att lösa problemen samt kunna beskriva muntligt och skriftlig problemlösningen.

I mitt tidigare examensarbete utförde jag en litteraturstudie och syftet var att sammanställa vad forskningen säger om användandet av problembaserat lärande (PBL) som ett didaktiskt verktyg. Jag ville också undersöka problemlösningssprocessens utveckling över tid hur den användes främst inom naturvetenskapliga ämnen. Från början var syftet med PBL att ge läkarstudenter en möjlighet att lösa verklighetstroga problem länkade till patientens hälsa genom diskussioner och frågeställningar i smågrupper (Tylor & Mifflin, 2008). Under de senaste decennierna används PBL inom skolutbildningen, och då främst i den naturvetenskapliga undervisningen från förskolan till gymnasiet (Azer, 2009). Resultat visade att PBL går att definiera som en aktiv lärandemetod där eleverna i smågrupper löser verklighetstroga problem. Studien visade också att eleverna utvecklade problemlösningstrategier, kritiskt tänkande och samarbetsförmåga, vilket är relevant för problemlösning i matematikundervisning.

PBL är en lärandemetod där läraren presenterar ett verklighetsbaserat problem och eleverna arbetar genom klassrumsdiskussioner, enskilt och arbete i grupp med att upptäcka sina egna kunskaper samt försöker förstå underliggande svårigheter med problemet och lösa det (De Witte & Rogge, 2016; Chiriac, 2003; Hmelo-Silver, 2004). PBL kan kopplas ihop med undervisning i matematik genom problemlösning eftersom arbetssätten, på så vis liknar varandra. Läraren agerar som en ledsagare och eleverna lär sig att använda sina kognitiva förmågor för att lösa problemet (Hmelo-Silver, 2004). Eleverna får förutsättningar att utveckla och värdera olika metoder och strategier för att lösa ett matematiskt problem, eleverna tränar

och upptäcker matematiska begrepp och samband, samt redogöra muntligt och skriftligt sina problemlösningar. Detta stämmer överens med på det sätt eleverna undervisas i matematik genom problemlösning. (Skolverket,2017; Drake & Longs,2009; Taflin, 2007). Syftet med detta examensarbetet är att studera hur matematiklärare i årskurs 4–6 ser på matematikundervisning genom problemlösning.

Syfte och frågeställning

Syftet med detta examensarbete är att studera hur matematiklärare i årskurs 4–6 ser på matematikundervisning genom problemlösning.

Syftet kan besvaras genom följande frågor:

- Hur definierar matematiklärare teoretiskt ett matematiskt problem?
- Hur beskriver matematiklärare sin matematikundervisning genom problemlösning?
- Vad har matematiklärare för mål när de undervisar genom problemlösning?

Teoretisk anknytning

Problemlösning i matematikundervisning

Wyndhamn, Riesbeck, & Schoultz, (2000) beskriver problemlösning som ett sätt att lära. Med dettas menas att ett problem saknar till en början en given metod för att lösas och eleverna ska försöka finna en önskvärd lösning genom att använda sig av olika strategier. Eleverna behöver var motiverade och engagerade för att finna en lösning till det givna problemet. Detta stämmer överens med Schoenfelds (1985) beskrivning att eleverna behöver lära sig att tänka matematik genom att använda problemlösning i matematikundervisning. Det vill säga eleverna tränas i att välja olika strategier för att lösa ett problem. Vidare menar Polya (1957) att problemlösning är en praktisk verksamhet som kan liknas vid exempelvis simning. Han anser att skickligheten förvärvs genom att eleverna härmar, övar och praktiserar. Lärarna har en viktig roll i att använda problemlösning i matematikundervisningen. Det har visat sig att lärarna behöver uppmuntran och stöd från sina lärarkollegor, de behöver reflektera hur de lär ut för att nå framgång i problemlösning (Lester & Lambdin, 2007). Läraren behöver göra eleverna medvetna över sitt egna lärande det vill säga använda sin metakognition (Taflin, 2007).

Det matematiska samtalet i problemlösning bidrar till ett logiskt resonemang samt utveckling av ett matematiskt språk. Den matematiska kunskapen kan användas i många sammanhang och vid lösningen på olika problem kan samma matematik användas. De uttrycksformer/representationer som används beskriver en uppgift samt hur den är löst. Eleverna utvecklar en kunskap om det egna lärande (metakognition) i problemlösning i matematik (Taflin, 2007).

Beskrivning av problem i problemlösning

Begreppet problem beskrivs i National encyklopedin:

” 1) svårighet som det krävs ansträngning att komma till rätta med och 2) uppgift som kräver tankearbete och analytisk förmåga spec. i vetenskapl. Sammanhang” (Nationalencyklopedin, 2019).

Wyndhamn (1994) beskriver att många problem är verklighetsbaserade, det kan handla om att mäta och köpa något vilket gör att problemlösning förekommer i elevernas vardag. När ett problem skriftligen presenteras för eleverna, behöver de kunna läsa och tolka en text korrekt (Möllehed, 2001). Taflin (2007) använder sig av Lesters (1983) definition där han menar att ett problem är något som ska fånga elevernas intresse och kräver ansträngning för att lösa det. Prince & Felder (2006) betonar att ett problem ska vara öppet och verklighetstroget som

utvecklar de strategier som är kopplade till lektionens lärandeobjekt. Vidare beskriver Schoenfeld (1992) fyra egenskaper som problem ska ha. För det första ska problemet vara lätt att förstå för att bidra med framgång. För det andra ska eleven ska komma fram till lösningar på olika sätt för att använda sig av diskussioner, metoder och problemlösningstrategier. Därefter ska problemet fungera som introduktion för viktiga matematiska idéer vilket medför att eleverna kommer fram till det matematiska innehållet eller de lösningstrategier som problemet belyser. Den sista egenskapen är att problemet kan användas som ingång till ett nytt matematiskt område.

Sammanfattningsvis så kan man säga att lärarens val av problem är avgörande för hur undervisningen ska läggas upp.

Strategier vid problemlösning

När eleverna får ett matematiskt problem behöver de använda sig av olika strategier för att kunna lösa problemet. Eleverna reflekterar och värderar över valda strategier, metoder, modeller och resultat som de använder sig av. Strategier är olika metoder för att lösa ett problem (Skolverket, 2017; Taflin, 2007). Lester (1996) beskriver följande strategier som eleverna använder sig av i problemlösningssprocessen:

- Börja bakifrån
- Steg för steg
- Gissa och prova
- Rita
- Gör tabell/diagram
- Hitta mönster
- Dramatisera situationen
- Lösa ett enklare problem
- Använda laborativt material och modeller

Dessa strategier utgör olika sätt för eleverna att ta sig an problemet exempelvis genom att börja rita en bild för att enklare förstå uppgiften vilket innebär att eleverna kan se innehållet visuellt. Eleverna kan använda sig av att göra en tabell för att exempelvis pröva sig fram i en uppgift samt att de tydligt kan se sin tankegång. För att förstå ett svårare problem kan eleverna byta ut talen till enklare tal. Till exempel på Lisas ridskola rider sammanlagt 81 elever och det rider dubbelt så många flickor än pojkar. Hur många ridande flickor respektive pojkar finns det på Lisas ridskola? Om 81 bytas ut till 90 blir det lättare samt går snabbare för eleverna att pröva sig fram till en lösning (Björklund, 2018).

Tidigare forskning

Matematikundervisning genom problemlösning

Problemlösningen i matematikundervisning, synen på hur den bör användas har förändrats med tiden. Denna förändring avspeglas i utvecklingen av den svenska läroplanen (Wyndhamn et al, 2000; Taflin, 2007). Matematikundervisning *för* problemlösning, innebär att eleverna behöver kunskaper i matematik för att lösa matematiska problem. Detta synsätt fanns i Lgr 69 och tidigare läroplaner. I Lgr 80 blev målet matematikundervisning *om* problemlösning vilket innebär för eleverna att välja rätt strategi för att lösa olika problem.

Vidare förändrades synsättet på problemlösning i matematikundervisning till att undervisa i matematik *genom* problemlösning. Detta synsätt kom in i Lpo94 och Lgr 11 (Taflin, 2007). Undervisning i matematik *genom* problemlösning bidrar till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa matematiska problem i vardagliga situationer. De reflekterar över och värderar valda strategier, metoder, modeller och resultat som de använder sig av (Skolverket, 2017). Med undervisning *genom* problemlösning menas att lärarna använder *problem* i sin undervisning som ger eleverna möjlighet att fördjupa och befästa sina kunskaper samt upptäcka nya begrepp och samband. I arbetet med problemen kan även rutinfärdigheter tränas (Hagland, Hedrén & Taflin, 2005). Att arbeta på detta sätt krävs för det första att den matematik som skall behandlas behöver finnas i de utvalda problemuppgifterna. För det andra ska uppgifterna byggas på tidigare kunskap samt vara utmanande. För det tredje är lärarens uppgift att se till att det finns ett tillåtande klassrumsklimat som uppmuntrar eleverna att lära sig på detta sätt. Läraren behöver lägga tonvikten på att eleverna noggrant funderar över sina och klasskamraters lösningsmetoder (Lester & Lambdin, 2007). Detta styrks av citat från Wyndhamn et al. (2000):

”Genom problemlösning ska eleverna utveckla matematiska tankar och idéer, inse värdet av matematiska symboler upptäcka matematiska samband samt förstå och kunna föra matematiska resonemang och argumentera för sin lösningsmetod.” (s.41)

Problemlösningsprocessen

Polya (1957) är en central gestalt i fältet problemlösning, som redan på 50-talet undersökte och skrev mycket om ämnet. Många har studerat och beskrivit problemlösningsprocessen genom faser. Dessa har varit olika till antal och beskrivits på olika sätt. Polya (1957) beskriver problemlösningsprocessen i fyra faser, i den första behöver eleverna förstå problemet, därefter ska de göra upp en plan för att lösa det, sedan ska eleverna genomföra planen för att slutligen se tillbaka och kontrollera sitt resultat. Vidare är Taflin (2007) en omnämnd person som även Skolverket refererar till i sina moduler till matematiklyftet. Taflin (2007) nämner också fyra faser där eleverna i den första fasen introduceras till problemet, för att vidare prova sig fram för att hitta lösningsstrategier till de olika problemen. I den tredje fasen (lösningsfasen) jämföra eleverna sina lösningar och hittar matematiska mönster. Avslutningsvis förklaras de givna problemen på tavlan och eleverna får möjlighet att lyssna på varandras svar. Schoenfeld (1985) använder sig av istället av sex olika faser, där de tre första faserna har liknelser med Polya (1957) och Taflin (2007) tre första faser. De tre sista faserna skiljer sig däremot från de tidigare nämnda forskarnas faser eftersom Schoenfeld (1985) i sin fjärde fas menar att eleverna i denna fasen ska planera tillvägagångssättet för hur problemet kan lösas. Vidare menar han att eleverna i den femte fasen genomför problemlösningen och avslutar med att bekräfta och kontrollera lösningen av problemet.

Hmelo-Silver (2004) har identifierat fyra faser som används vid problembaserat lärande (PBL). I dessa faser reflekterar eleverna mer över sina egna kunskaper och vad för kunskaper som behövs för att lösa det givna problemet. Detta benämns inte lika tydligt av de övriga forskarna. Eleverna kommer i den första fasen bekantas med det verklighetstroga problemet och svåra begrepp tydliggörs, därefter identifierar eleverna relevant fakta om problemet och funderar över eventuella lösningar. I den tredje fasen identifierar eleverna vilka förkunskaper de besitter om det givna problemet och vad för kunskaper som behövs för att lösa dem. Slutligen så hämtar

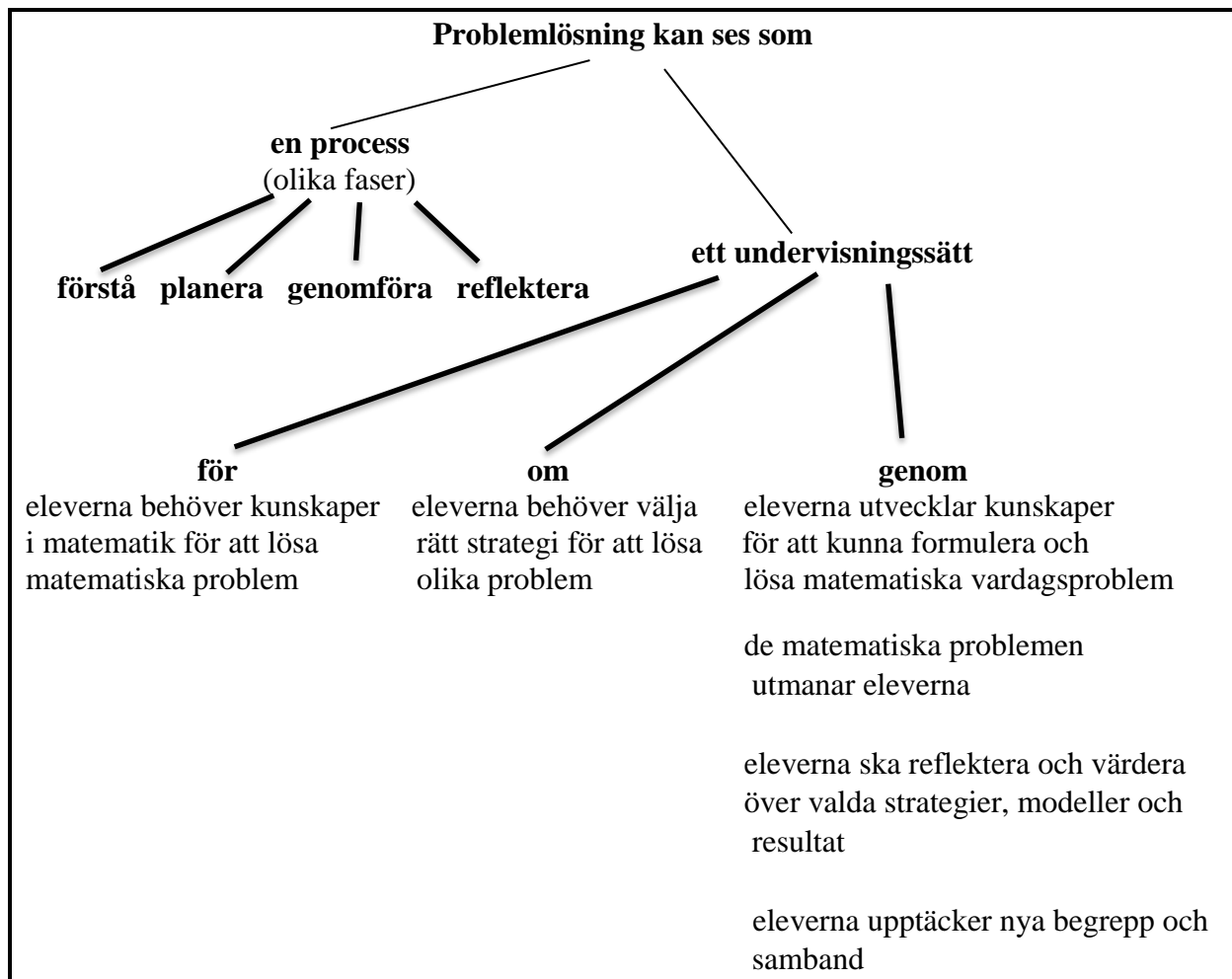
eleverna ny kunskap om det givna problemet och redovisar sedan sin lösning Hmelo-Silver (2004). Tabell 1 visar en sammanfattning av de olika faserna som har presenterats ovan.

How to solve it? (Polya, 1957)	Matematikproblem i skolan för att skapa tillfälle till lärande (Taflin, 2007)	Mathematical problem solving (Schoenfeld, 1985)	Problem-Based learning; What and how do students learn? (Hmelo-Silver, 2004)
Förstå problemet	Introduktionsfas	Läsa och förstå problemet	Läraren presenterar det verklighetstroga problemet/fallet och ett förtydligande av eventuella begrepp görs.
Tänka ut en plan	Idéfas	Analysera	Elevgrupperna identifierar relevant fakta om problemet och ställer hypoteser kring problemets lösning
Genomföra planen	Lösningsfas	Utforska, utveckla	Elevgrupperna identifierar vilka förkunskaper de har om problemet och vilka kunskaper som behövs för att lösa problemet.
Se tillbaka och kontrollera resultatet	Redovisningsfas	Planera	Elevgrupperna inhämtar ny kunskap om problemet som de sedan utvärderar och reflekterar över. Lösningen redovisas.
		Genomföra och fullfölja	
		Bekräfta och kontrollera	

Tabell 1. (Beskrivning av problemlösningens olika faser)

Schoenfeld (1985) beskriver att eleverna behöver fyra olika kompetenser för att lösa ett matematiskt problem. Den första är *resurser* som är kunskaper som exempelvis begrepp och algoritmer inom ett bestämt matematiskt område. Den andra är *heuristik* som menas med att eleverna känner till och kan använda olika metoder och strategier för att angripa och lösa problemet. Därefter kommer *kontroll* som innebär att eleven är medveten om vad hen håller på med när hen löser problemet. Den sista är *förställning/tilltro* menas med den förväntning eleven har på sig själv som matematiker och hens uppfattning om vad matematik är.

Sammanfattningsvis kan problemlösning ses som en process innehållande olika faser samt ett undervisningssätt för- om- och genom problemlösning se figur 1.



Figur 1.

Lärarens roll är viktig för elevens lärande, Hagland, Hedrén & Taflin (2005) beskriver lärarens roll genom följande:

- ordna en miljö för lärande
- förvissa sig om att eleverna har de redskap de behöver för att ha en rimlig chans att lyckas med att lösa en uppgift eller ett problem
- gå in med vägledning och stöd utifrån elevens eller gruppens tankar och idéer
- söka reda på de idéer och tankegångar hos enskilda elever och/eller elevgrupper, som kan vara värdefulla att föra fram i en gemensam diskussion
- leda diskussioner i klassen så att elevernas fruktbara idéer uppmuntras och utvecklas
- bedöma vad eleven kan snare än vad hon inte kan
- förmedla engagemang för matematikämnet och vara en god förebild
- vara bärare av det matematiska språket och av matematik som ett kulturarv (s.19).

För att skapa tillfällen för lärandet i matematik för eleverna gäller det för läraren att vara medveten om sin egna roll samt hur den kan skifta under en lektion (Taflin, 2007).

Metod

En kvalitativ design används i studien, jag använde mig av kvalitativ semistrukturerad intervju. Valet grundades på att i en kvalitativ semistrukturerad intervju finns det möjlighet att avvika från intervjuguiden och ställa följdfrågor (Bryman, 2018). I kvalitativa intervjuer är en av

fördelarna att man kan anpassa samt ställa frågorna efter situationen. Detta gör att man kan få en bredare bild med fler nyanser av svaren på frågorna (Ahrne & Svensson, 2016).

Urval

Jag inledde urvalet genom att maila till tretton rektorer på olika skolor och be dem vidarebefordra mailet till lärare som undervisar i matematik i årskurs 4–6. Av dessa tretton var det endast två som kontaktade mig och ville delta i studien. Resterande respondenter kom jag i kontakt med genom snöbollsurvalet (Bryman, 2018) vilket betyder att man tar kontakt med några utvalda personer som sedan rekommenderar en vidare till fler personer som är rimliga deltagare för studien. Detta ledde till att jag fick ytterligare kontakt med fyra lärare. Totalt fick jag kontakt med sex lärare från sex olika skolor som ställde upp och deltog i intervjuerna se tabell 2.

Tabell 2 visar att tre av lärarna har gått matematiklyftet och en fjärde har gått igenom modulerna på skolverkets hemsida. En av lärarna har endast arbetat sedan hösten 2018 och en lärare ska gå i pension nästa år. Däremellan har lärarna arbetat mellan 9–22 år som matematiklärare. Detta gjorde att det blev ett brett urval av lärare, från att nyligen har börjat arbeta till att snart gå i pension. De har arbetat som lärare mellan knappt ett år till tjugotvå år och att hälften av dem har gått matematiklyftet samt att alla var kvinnor.

Lärare	Ålder	Utbildning	Antal verksamma år	Deltagit i matematiklyftet	Arbetar i årskurs
Maria	44 år	Grundskollärare åk 1–7 ma, no	18 år	Ja, 2016	Åk:4
Petra	41 år	Läraryr utbildning åk 1–6, undervisar i ma, sv, eng, no och teknik.	9 år	Ja, 2017	Åk:6
Anna	64 år	Förskollärare, fritidslärare och läraryr utbildning åk 1–7 undervisar i ma och no	25 år som förskolelärare och 16 år som grundskolelärare	Ja, 2015, första ”kullen”.	Åk:5
Elin	45 år	Grundskollärare åk 1–7 ma, eng, no och teknik	22 år	Läst igenom modulerna	Åk: 6
Marie	50 år	Förskollärare och läraryr utbildning för åk 1–6	13 år i grundskolan	Nej	Åk: 4 och 5
Sara	27 år	Grundskollärare åk 4–6 inriktning SO	Började arbeta höstterminen 2018	Nej	Åk: 6

Tabell 2. Presentation av lärarna

Genomförandet

Genom mailkontakt bestämdes tid och plats för intervjun. De flesta intervjuerna genomfördes i olika grupperum eller tomma klassrum vilket medförde att det var få ljud som störde intervjun.

Vid mötet med respondenterna var min plan att komma igång med intervjun så snabbt som möjligt för att inte bygga upp en för god relation och god stämning före intervjun. Detta handlande styrker Bryman (2018) när han beskriver hur intervjuaren kan skapa en tillitsfull relation till respondenten genom att bete sig på ett vänligt sätt för att hen ska känna sig avslappnad. Dock är det viktigt att detta inte går för långt eftersom intervjun kan ta för lång tid och respondenten försöker göra intervjuaren till lags. Jag ville att fokus skulle ligga på att svara så korrekt som möjligt på frågorna utan att lägga några värderingar på vare sig hur jag ställde dem eller på vilket sätt respondenterna svarade.

Vid intervjutillfällena använde jag mig av datorn för ljudinspelning och framför mig hade jag intervjuguiden se bilaga 1. Jag började intervjun med att ställa bakgrundsfrågor som uppvärmning för att sedan gå över till huvudfrågorna. Till huvudfrågorna hade jag skrivit följdfrågor eftersom jag var rädd att missa något. Det visade sig att flera av följdfrågorna var onödiga då respondenterna vävde in svaren i huvudfrågan. Däremot ställde jag andra följdfrågor som föll sig naturligt under intervjuerna som tog mellan femton till fyrtio minuter att genomföra. Intervjuerna transkriberades närliggande dagar efter intervjuerna och transkriptionen låg till grund för de olika teman som finns i resultatet. För att få fram de olika teman såg jag till att läsa igenom mitt material flertalet gånger men då som en analytiker. Jag letade efter ett återkommande mönster i svaren av mina intervjufrågor. Därefter kategoriserade jag dem för att sedan reducera det vill säga välja bort de delar ur det insamlade materialet. Detta stämmer överens med den arbetsgång som Rennstam & Wästerfors (2015) beskriver då de belyser tre grundläggande arbetssätt för att skapa en analys. Detta gör genom att sortera, reducera och argumentera det material som intervjuaren har fått till sig genom intervjuerna.

Forskningsetiska principer

I min studie har jag följt de forskningsetiska principerna vilka ger normer för förhållandet mellan intervjuaren och respondenten (Vetenskapsrådet, 2002). I det grundläggande individskyddskravet finns fyra huvudkrav, informationskravet, samtyckeskravet, konfidentialitetskravet och nyttjandekravet. I enlighet med informationskravet frågade jag respondenterna om de hade möjlighet att ställa upp på en intervju gällande mitt examensarbete. Jag sökte matematiklärare i åk 4–6 och informerade dem att syftet med min uppsats var att ta reda på hur matematiklärare beskriver sin undervisning i matematik. Respondenternas namn och skolans namn anonymiseras med tanke på konfidentialitetskravet.

Validitet och reliabilitet

Vid forskning används begreppet validitet, som beskrivs av Bryman (2018) gällande det material för studien som ska utföras är rätt för att kunna besvara studiens frågeställning. I denna studie gjordes ett målinriktat urval av respondenter som undervisar i matematik genom problemlösning. Jag valde ut deltagare på ett strategiskt sätt samt använde datainsamlingen som underlag för att besvara mina forskningsfrågor. Detta stämmer överens med vad Bryman (2018) beskriver hur urval av kvalitativa undersökningar innebär samt tillvägagångssättet av semistrukturerade intervjuer. Datainsamlingen är det material som används för att besvara mina forskningsfrågor i studien. När matematiklärarna svarade på intervjufrågorna kan de välja att anpassa svaren utefter vad de tror att intervjuaren förväntar sig att höra. För att öka

validiteten kunde fler intervjuer genomföras samt observationer av matematikundervisning genom problemlösning.

Enligt Brymans (2018) beskrivning innebär reliabilitet ett mått på hur pålitlig och överensstämmande en undersökning är. I denna studien bygger reliabiliteten på de semistrukturerade intervjuerna för att få fram materialet till min studie. För att fokusera på respondenten och intervjun gjordes en ljudinspelning som transkriberades i anslutning till intervjutillfället, vilket stärker reliabiliteten i denna studien.

Resultat och analys

Resultatet är uppdelat i tre teman, lärarnas definition av ett matematiskt problem, lärarnas beskrivning på genomförandet av lektioner genom problemlösning samt lärarnas mål med matematiklektioner genom problemlösning.

Lärarnas beskrivning av ett matematiskt problem

Problem kopplat till vardagen

Fem av sex matematiklärarna var överens om att ett matematiskt problem kan vara kopplat till vardagen. Maria nämner inte vardagsproblem i sin beskrivning av ett matematiskt problem utan kopplar det till en uppgift som kräver lite mer och ofta är i textformat. Petra berättar om när de läste om den kinesiska muren var det en elev som frågade hur lång den egentligen är "...och då skulle vi göra om mil och kilometer till meter och sådär." Anna berättar att eleverna fick ta reda på hur många mål mat per dag som eleverna på deras skola åt. Därefter fick de sammanställa resultatet i frekvenstabeller och olika diagram. Elin tillverkar sina egna problemlösninguppgifter och nämner att "Det kan vara att man åker hiss, så många våningar ner och sedan så många våningar upp, vilken våning är man på?" Marie kopplar de flesta problem till matematik på ett eller annat sätt, som exempel nämner hon om diskmaskinen går sönder behöver hon ha tillgång till sina matematiska förmågor. Sara försöker koppla elevnära problem till sina elever, exempelvis varje gång ett drakhuvud huggs av växer fem nya fram, dataspel och glasskolor. Det märks att lärarna har en tanke med vilka problem de väljer ut samt de stödjer sina val på vad som skrivs i Lgr 11. Problem kan vara en textuppgift där eleverna behöver tolka den skriftliga information och förstå uppgiften samt använda strategier för att lösa den. Elevnära problem och vardagsproblem väcker intresse hos eleverna, det krävs en ansträngning samt eleverna har inte på förhand given procedur för att lös problemet. Det problem som lärarna presentera för eleverna ligger till grund för vilka strategier och metoder eleverna väljer i problemlösningsprocessen samt hur de reflekterar över resultatet. Lärarna stödjer och hjälper eleverna genom denna process bland annat genom att ställa frågor.

Elevers användande av strategier och metoder för att lösa ett matematiskt problem

Alla sex lärare anser att eleverna behöver tid på sig för att ta reda på vilken metod och strategi de ska använda för att lösa problemen samt att de använder olika metoder och strategier för att komma fram till lösningen. "Det är när det inte bara är att plocka fram ett räknesätt och lösa uppgiften." (Elin). Vidare beskriver Sara följande: "Ett matematiskt problem är för mig när eleverna behöver använda sig av olika strategier för att komma fram till en lösning". De nämner också att det ska vara en utmaning för eleverna, vilken i sig kan vara olika beroende vilka förkunskaper eleverna har med sig. Lärarna beskriver att de arbetar med att få ett tillåtande klassrumsklimat där eleverna kan känna sig trygga. De menar att eleverna behöver känna sig

trygga med att det får lov att ta tid att lösa ett problem samt att de kan diskutera och redovisa sina problemlösningar. Lärarna behöver även förstå hur eleverna tänker kring problemlösningen för att kunna kommunicera med eleverna på rätt sätt genom problemlösningssprocessen. Lärarna anser att eleverna behöver träna på olika strategier för att känna sig trygga i att använda dessa.

Lärarnas beskrivning av matematikundervisning genom problemlösning

Här presenteras varje matematiklärare separat och syftet är att kunna följa deras beskrivningar hur de genomför en lektion genom problemlösning.

Maria

Bakgrundsinformation: 44 år, har arbetat som lärare och på samma skola i 18 år samt undervisar i årskurs 4.

Maria börjar problemlösningsslektionen genom att modellera ett problem tillsammans med eleverna och därefter får de nästa problem där hon beskriver hur hon ger dem ledtrådar som exempelvis rita en bild. Hon berättar att det är bortkastad tid att släppa eleverna själva med att lösa ett problem. Sammanfattningsvis säger hon ”Så klart framförallt i en årkurs fyra modellera, att vi gör det helt och hållet tillsammans men även mycket ledtrådar i det enskilda arbetet.”

När eleverna arbetar med sina problemlösningar går hon runt i klassrummet och ställer följande frågor: ”vad var det nu vi skulle ta reda på? vad får ni från texten? Å sedan lite det här, att få igång deras tankar, har de någon tanke hur de kan börja? Kunde man gjort på ngt annat sätt?” Under lektionens gång arbetar eleverna med olika strategier och de har tillgång till laborativt material. Maria säger ”...behövs det laborativt material så har jag ju det tillgängligt i klassrummet så man kan gå fram o lägga det först innan man ritat upp det.”

När Maria har halvklass poängterar hon att alla elever hinner redovisa inför halvklassen. I helklass redovisar eleverna genom att bland annat skriva på sin whiteboard tavla och på lösa papper. Oftast visar eleverna sina lösningar för henne och sina bordskamrater. Ibland används dokumentkameran så hela klassen kan se lösningar och emellanåt samlas lösningarna in. I slutet på lektionen går de gemensamt igenom och diskuterar lösningarna till problemet.

När det gäller att ”göra ett liknande problem och lösa det” beskriver Maria att hon gör det i perioder när eleverna går i femman och sexan men just nu är det inte aktuellt i den fyra hon har.

Maria har gått matematiklyftet och hon beskriver att kursen förändrade hennes undervisning där och då samt hon är tydligare inför eleverna med att sätta ord på vad som kommer att bedömas. Generellt har inte matematiklyftet ändrat hennes undervisning.

Petra

Bakgrundsinformation: 41 år, har arbetat som lärare i nio varav fyra år på nuvarande skola och undervisar i årskurs 6.

Petra arbetar på en skola där flertalet elever har svenska som andraspråk. Hon använder i sin beskrivning att eleverna behöver förstå ”*mattespråket*”, därför används problem från matematikböcker för lägre åldrar. Dessutom arbetar hon med kooperativt lärande, där eleverna arbetar i grupper och löser problem gemensamt. Gruppindelningen sker av läraren för att gynna

elevernas lärande, de ska kunna hjälpa och stödja varandra. Det är detta Petra menar med kooperativt lärande. Petra beskriver att lektionen genomförs i följande fyra steg;

1. ... tittar vi på talet o då måste man förstå alla ord.
2. Efter det måste man planera vad det är man ska göra, eh, då ska vi ta ut det viktigaste o vi ska markera dom orden.
3. Så kladda upp vad som är viktigt sen ska man genomföra men även presentera, där glömmer många genomföra verkligen rita upp problemet, rita en lastbil om det är en lastbil, rita en rabatt om det är en rabatt. Å ritar dom upp tycker dom oftast att dom har gjort lösningen men svaret framgår inte riktigt så jag har sagt att dom måste genomföra o presentera sin uppgift o visa hur dom räknar.
4. Å sedan det sista som dom också faktiskt glömmer av, dom ska fråga sig själv om det är rimligt.

Under problemlösningssprocessen går Petra runt till grupperna och ställer följande frågor; vad är det som är viktigt i texten? vad får vi reda på? Hon betonar för eleverna att de ska börja rita för att komma igång med att lösa problemet. När eleverna har löst sina problem redovisar de ibland för sina klasskamrater. Problemlösningarna samlas in av Maria och hon beskriver att det är viktigt att eleverna redovisar *hur* de har kommit fram till lösningen. Redovisning inför klasskamraterna sker inte så ofta dock har de "whiteboardmatte" en gång i veckan. Det innebär att eleverna får en matematikuppgift som de ska räkna ut och därefter visa upp svaret på miniwhiteboarden. Eleverna visar samtidigt upp sina svar på matematikuppgiften och då kan de också se varandras lösningar, dock visar de svaren främst för Petra. Detta är ett sätt för Petra att kontrollera så att eleverna förstår samt som ett minitest. När det gäller att låta eleverna "göra ett liknande problem och lösa det" tillämpar hon inte detta. Petra beskriver följande "...tror inte att dom ens skulle gör det." Petra arbetar aktivt med att eleverna ska ta sig tid att lösa problemen eftersom de vill att det ska gå snabbt att lösa problemet samt att de ska bli klara. Frågan är om Petra undervisar i matematik genom problemlösning då hon arbetar utefter de fyra punkter som beskrivs ovan som kan liknas vid de faser som forskarna beskriver.

Genom matematiklyftet har Petra fått bekräftelse och känner sig tryggare i sin undervisning. Exempel på bekräftelse är att få eleverna att börja använda strategin rita för att börja med matematikuppgiften även om de inte klarar av att lösa hela och att det får ta lång tid att lösa ett problem.

Anna

Bakgrundsinformation: 64 år, hen har arbetat som förskollärare i tjugofem år och har varit verksam grundskolelärare i sexton år på sin nuvarande skola och undervisar i årskurs 5.

En gång i veckan undervisar Anna genom problemlösning och använder sig av "rika matematiska problem". Hon påpekar att problemet anpassas efter elevernas kunskapsnivå, det vill säga att alla elever får ett likadant problem men på olika nivåer. Eleverna får matematikläxa i problemlösning där hon använder sig av ett "rikt problem" som har en progression, a-uppgiften är "enklast" och svårighetsgraden på b- och c-uppgiften ökar. Matematikläxan är till matematiklektion i problemlösning. Eleverna delas de in i grupper med cirka fyra elever i varje. Anna delar ut ett blankt papper som eleverna ritar och räknar på. I grupperna diskuterar eleverna hur de har kommit fram till sina lösningar och tillsammans ska de försöka lösa alla tre uppgifterna. EPA (enskilt, par, alla) är den arbetsmetod som Anna använder sig mycket av i sin undervisning.

Under problemlösningssprocessen går Anna runt till eleverna och ställer följande frågor; ”Hur tänker du då när du gör det här? Hur skulle du kunna göra det i ett diagram då? Hur tänker du då skulle man kunna lösa det på ett annat sätt? Du har ju löst det med en formel, skulle man kunna lösa det genom o ritade upp det?” Eleverna får en viss tid på sig att arbeta med problemen tillsammans, därefter presenterar de sina lösningar för övriga klassen. Eleverna lägger då märke till att det finns olika lösningar till samma problem. Finns det lösningar som är felaktiga tar Anna dem som exempel och lägger deras lösning under dokumentkameran och säger; ”Hur kan vi fortsätta för att lösa detta?”

Emellanåt får eleverna ”göra ett liknande problem och lösa det” som de presenterar i sin arbetsgrupp.

Anna beskriver att matematiklyftet har påverkat hens undervisning framförallt med problemlösning genom att i sin undervisning använda ”rika matematiska problem”. Hon är den enda av de tre lärarna som har gått tillbaka till matematiklyftets moduler och använt sig av dem.

Elin

Bakgrundsinformation: 47 år, har varit verksam lärare i tjugotvå år och har arbetat på nuvarande skola i nio år samt undervisar i årskurs 6.

Elin använder sig av EPA i matematikundervisning genom problemlösning. När eleverna får till sig ett problem får de börja med att prova att lösa problemet själva. Anledning till detta är att Elin ska kunna se vilka förkunskaper klassen och varje individ har. Märker hon att eleverna kan en metod får eleverna pröva att använda sig av andra metoder. Därefter arbetar eleverna gruppvis för att diskutera och komma fram till olika lösningar av problemet. Den lösning som elevgruppen tycker är bäst lyfts i helklass. Elin betonar att eleverna behöver förstå att det tar tid att lösa ett problem. De behöver läsa, rita, tänka om, backa tillbaka, byta ut siffrorna och träna på varje metod. Under problemlösningssprocessen ställer Elin följande fråga ”hur vet du det?” till eleverna. Hon framhäver hur viktigt det är att följa eleverna genom problemlösningssprocessen genom att säga ”När dom då ska förklara för mig då upptäcker dom att det har gått fel på vägen och jag försöker hela tiden att dom med ord ska berätta vad dom har tänkt”.

Elin betonar vikten av att börja rita eftersom när eleverna börjar använda pennan så hjälper de hjärnan att börja tänka. Eleverna får inte be om hjälp om de inte har börjat rita en bild. Hon beskriver att när eleverna börjar rita kan de se vilken beräkning som de behöver och hitta ett mönster. När eleverna ska redovisa sina lösningar gör det de på olika sätt bland annat genom att rita, använda tabeller, pröva sig fram och det är viktigt att eleverna lämnar in sina provningar även om det bara är en kladd. Detta för att Elin ska kunna följa elevernas resonemang samt att de får poäng för redovisningen när de gör det nationella provet i matematik. Hon vill att eleverna ska våga lita på sin förmåga att lösa problem. Elin använder samma typ av problem till eleverna men olika och svårighetsgrader. En del elever behöver få hjälp med att förstå problemet men alla kan lösa det beskriver Elin.

Även Elin använder sig av miniwhiteboard likt Maria och Petra då det är ett bra sätt för eleverna att visa och jämföra sin problemlösning med grannen eller gruppen. Eleverna får även träna på ”att göra ett liknande problem och lösa det”. Dessa problem får en kamrat lösa och går det inte att lösa så ber eleverna om hjälp.

Marie

Bakgrundsinformation: 50 år, har arbetat som förskollärare för att därefter utbilda sig till grundskollärare, blev färdig 2006. På den nuvarande skola har hen arbetat sedan augusti 2018 och arbetar i skolår 6.

Marie berättar att de (de, tolkar jag som hon och specialpedagogen) nyligen har börjat undervisa matematik genom problemlösning. Ofta använder hon praktisk matematik samt att de har arbetat med kängurumatematik för att de ska träna på att arbeta i grupp där eleverna diskuterar och sätter ord på matematiken. "Prata matte" är något som hon betonar för att eleverna för att de ska kunna sätta ord på sina tankar. Hon beskriver sin matematikundervisning genom problemlösning genom att använda ett stationssystem där eleverna löser olika problem på olika stationer dock nämner hon inte vilken typ av problem som används vid stationerna. De har en specialpedagog som kommer till klassrummet för att träna eleverna att "tänka problemlösning".

Eleverna arbetar oftast parvis för att träna på att "prata matte". När eleverna arbetar med ett problem lotsar Marie eleverna genom processen med att bland annat ställa följande frågor: "Hur tänker du, kan du berätta hur du menar? Vad hade hänt om du gjort såhär? Vad händer om du gör såhär? Hur kom du fram till det här? Hur kan du veta att är rätt och hur kan du veta att det inte är rätt? Marie vill att eleverna ska visa och berätta hur de löser problemet samt att de ska kunna använda den uttrycksform som fungerar bäst för eleverna. Sedan betonar hon att eleverna behöver ha förmågan att använda olika uttrycksformer vid olika tillfällen och där hjälper Marie dem att träna på detta.

Eleverna redovisar problemen muntligt samt ritar och skriver på miniwhiteboarden. Marie vill att alla elever ska få möjlighet att redovisa därför bestämmer hon vilka som ska redovisa. När det kommer till att "göra ett likande problem och lösa det" säger Marie att eleverna inte arbetar på detta sätt än.

Sara

Bakgrundsinformation: 27 år och tog grundskoleexamen 2018. Hon började arbeta höstterminen 2018 i årskurs 6 där hon är ansvarig för matematiken i tre klasser.

Sara tog över matematikundervisningen inför vårterminen 2019. Det visade sig att eleverna behöver träna på de förmågor som finns i matematik, därför införde Sara en problemlösningsslektion i veckan för att eleverna arbetar med olika strategier under problemlösningssprocessen. Sara beskriver att orsaken till hennes agerande troligtvis har med sin utbildning på Göteborgs universitet där hon upplevde att de "var väldigt måna om problemlösning och jag läste väldigt mycket spännande forskning som visade på fördelarna med problemlösning".

EPA är den metod som hon använder sig av, där eleverna får ett problem på ett lösblad som de ska läsa igenom själva och försöka börja med att lösa problemet. Därefter fortsätter de att lösa problemen parvis för att sedan lyfta dem i hela klassen. I klassen går flertalet elever som har svenska som andraspråk. Många av dem är duktiga på "mattespråket" men behöver koppla ihop det med det svenska språket. Genom att arbeta med problemlösning får eleverna använda olika metoder för att lösa problemet.

Jag brukar alltid försöka lyfta olika sätt att tänka o även om det är något som inte stämmer så brukar jag ta fram, eller jag brukar aldrig säga att det är fel utan lyfta det o ta fram andra också sedan undersöker vi vilket som stämmer (Sara)

Frågorna som ställs genom problemlösningsprocessen är följande: "hur tänker du nu? Kan du förklara?" Motiveringen till dessa frågor är att eleverna ska utmanas att kunna sätta ord på hur de har kommit fram till sin lösning. Eleverna redovisar oftast muntligt, dock frågar Sara eleverna om de vill redovisa inför klassen eftersom några elever känner sig obekväma med det samt de som vill redovisa har några minuter på sig att förbereda sig. Sara låter eleverna "göra liknande problem och lösa det" och berättar att nyligen arbetade de med algebra där de fick skapa problem till ett uttryck eller ekvation.

Lärarnas mål med matematiklektioner genom problemlösning

Petra och Elin nämner att styrdokumentet slutar i de nationella proven och de vill att eleverna minst ska nå kunskapsmålen. De sex lärarna är eniga om att eleverna ska bli trygga, våga lita på sin förmåga, att de inte ska vara rädda för problem, de ska se variationen i hur man löser problem samt att de ska träna på att både lyssna och kommunicera matte. Lärarna betonar hur viktigt det är att eleverna kommer igång med att använda strategin rita för att både komma igång samt visa hur de tänker. Lärarna är mer intresserade av *hur* de har kommit fram till lösningen än om svaret är rätt. Maria menar att målet är "...att få igång den matematiska tanken och att dels utmana sig själv, hitta sätten att tänka och lösa problemet". Det märks att lärarna har ett tydligt syfte med sin matematikundervisning genom problemlösning. Marie beskriver sitt mål på följande sätt: "Dom ska träna på att utveckla sitt eget tänkande, lyssna på någon annan för att komma på en ny idé, utmana sina egna tankar...prata, samtala matte". Dock märks det att finns det en liten skillnad mellan lärarna då några av dem "brinner" mer för sitt ämne. De lärarna som gör egna problem, känner sig trygga i sina matematiska kunskaper samt de betonar hur viktigt det är att eleverna får ett bra självförtroende och attityd till matematikämnet.

Tid

Alla sexlärare beskriver hur eleverna har svårt att komma till ro och ta sig den tid de behöver för att lösa de matematiska problemen. De flesta eleverna kopplar ihop räkna matte med att räkna fort i matematikboken för att hinna med antalet sidor de ska räkna. Vilket gör att de behöver "fostras" till att ta sig tid att lösa problemlösningssuppgifterna. Tid nämns också i samband med lärarnas lektionsplanering och genomförandet av matematiklektionen genom problemlösning.

"Det blir ju en process till i mitt planeringsarbete så att säga" (Maria)

"...det blir väldigt svårt för mig att sitta ner och motivera dom att rita och ta tid. Jag räcker inte tillräckligt till där." (Petra).

"Det största hindret är väl jag i så fall, att jag inte ger dom tid." (Marie).

"...det tar tid att hitta bra problemlösningar." (Sara)

Anna, Elin och Sara gör sina egna "problem" och nämner inte något om att det tar tid att arbeta med problemlösningar.

Minst en gång i veckan har fem av sex lärare en lektion som tillägnas problemlösning. Elin arbetar regelbundet med problemlösningar i sitt klassrum. Sara tog över matematikundervisningen efter jul och har startat upp sina problemlösningssamtal. Hon beskriver att eleverna har stora kunskapsglapp så för att fylla dem lägger hon mycket tid på dessa lektioner eftersom eleverna då får arbeta med olika förmågor på en och samma gång.

Samtliga lärare använder mini whiteboard vid problemlösningslektionerna där eleverna skriver ner sina uträkningar och visar läraren hur de tänker samt att den används i samband med arbetet med sina klasskamrater.

Diskussion

Diskussionen bygger på respondenternas svar från de semistrukturerade intervjuerna. Jag har valt att indela resultatdiskussionen utefter lärarnas definition av ett matematiskt problem, beskrivning om undervisning genom problemlösning och lärarnas mål vid undervisning genom problemlösning.

Lärarnas definition av ett matematiskt problem

Maria kopplar ett matematiskt problem till en uppgift i textformat där eleven behöver läsa och förstå texten för att se vad som efterfrågas. Det innebär att eleverna behöver ha god läsförståelse och kunna det svenska språket. Möllehed, (2001) styrker detta genom att beskriva hur eleverna behöver kunna läsa och tolka texten korrekt när de ska lösa ett problem i textformat. De övriga fem lärarna kopplar ett matematiskt problem till elevnära och vardagen. Eleverna ska vilja lösa problemen och de ska vara verklighetstroga som utvecklar och utmanar eleverna till att använda olika strategier och metoder för att lösa dem (Taflin, 2007; Prince & Felder, 2006; Wyndhamn, 1994). Dessutom poängterar alla lärarna att eleverna behöver träna på att det får ta tid att lösa en problemlösningsuppgift. Schoenfeld (1992) beskriver fyra egenskaper hos ett problem, de två första är att problemet ska vara lätt att förstå och eleven ska använda sig av diskussioner, metoder och problemlösningstrategier. Ingen av lärarna har nämnt att problemet ska vara lätt att förstå, däremot modellerar lärarna Marie, Maria och Petra tillsammans med eleverna ett problem i början på lektionen och därefter får de ett likande problem att lösa. Frågan är om det nya problemet är en utmaning eller om de kan kopiera lösningen som användes vid genomgången. I lösningsprocessen diskuterar eleverna och väljer problemlösningstrategier för att kunna lösa problemet. Under den processen går lärarna runt i klassrummet och stöttar eleverna. Den tredje egenskapen är att problemet ska fungera som introduktion till det matematiska innehållet eller de lösningstrategier som problemet belyser. Eleverna ska fördjupa och befästa kunskaper och upptäcka nya begrepp och samband. Detta kan kopplas till att lärarna vill att eleverna ska börja rita för att komma igång med att lösa problemet för att på så sätt kunna se det matematiska innehållet. Alla lärare beskriver att eleverna ska kommunicera matematik ”prata matte” vilket är ett sätt att kunna se nya samband i problemet. Den sista egenskapen är att problemet kan användas som ingång till ett nytt matematiskt område, ingen av lärarna har nämnt detta i sina beskrivningar. Dock nämner Elin att eleverna får börja att lösa problemet själva för att hon ska se vilka förkunskaper de besitter. En tolkning av detta är att det kan vara en ingång till ett nytt matematiskt område.

Lärarnas beskrivning på matematikundervisning genom problemlösning

Forskarna beskriver problemlösningsprocessen i olika faser vilka eleverna behöver arbeta sig igenom vid problemlösning. I den första fasen introduceras problemet för eleverna, läraren har här som uppgift att förtydliga problemet genom att förklara ord och begrepp. I den andra fasen ska eleverna analysera problemet och identifiera relevant fakta om problemet. Den tredje fasen består utav att eleverna försöker lösa det givna problemet (Polya, 1957; Taflin, 2007; Schoenfeld; 1992; Hmelo-Silver; 2004).

Denna arbetsgång stämmer överens med lärarnas beskrivning på matematikundervisning genom problemlösning. Lärarna introducerar ett verklighets- och elevnära problem för eleverna. De förklarar och förtydligar problemet och dess begrepp. Maria modellerar först ett problem till skillnad från Anna som ger eleverna ett problem i läxa för att sedan återkoppla och gå igenom lösningarna till problemet på deras problemlösningsslektion. Petra kontrollerar att eleverna förstår problemet innan de tar sig an det. Elin låter eleverna själva pröva för att kontrollera vad klassen eller varje individ kan. Marie beskriver inte hur hon presenterar problemet utan hur själva arbetet med problemet sker. Som exempel på hennes beskrivning är att hon använder sig av "praktiskt matte" och stationssystem där eleverna ska lösa ett problem på en station för att gå vidare till nästa när det första problemet är löst. I intervjun med Marie framgår inte vad hon menade med "praktisk matte" samt vad eleverna gör vid de olika stationerna. Vidare berättade hon att en specialpedagog "tränar dom här eleverna att tänka problemlösning". Sara beskriver att lektionen genom problemlösning kan börja på olika sätt. Oftast får eleverna ett Lösblad med det givna problemet som de ska tyst och enskilt ska läsa igenom och därefter försöka börja lösa problemet innan de börjar prata med sina klasskamrater. Vidare beskriver matematiklärarna, att under arbetsgången med det givna problemet går de runt i klassrummet och ställer frågor under problemlösningssprocessen, exempelvis "Hur tänker du?" och "Kan du berätta?" De uppmuntrar eleverna att börja använda strategin rita för att komma igång att lösa problemet. Alla lärare låter sina elever använda miniwhiteboard eller blanka papper för att rita och skriva på. Avslutningsvis redovisar eleverna sina lösningar på problemet på olika sätt. Bland annat redovisar det muntligt inför sina klasskamrater och då används dokumentkameran där eleverna lägger sitt papper med lösningen samtidigt beskriver de hur de har löst det givna problemet. Ibland lämnar eleverna in lösningen till sin lärare och alla lärare betonar att de vill veta *hur* eleverna har kommit fram till sitt svar. Oftast avslutas lektionerna med en gemensam genomgång och då lyfts olika lösningar på samma problem för att eleverna ska se att ett problem kan lösas genom att använda olika strategier. En del elever ritar och andra prövar sig fram eller arbetar baklänges. Detta kan jämföras med den fjärde fasen som beskrivs av Polya (1957), Hmelo-Silver (2004), och Taflin (2007) som menar att eleverna ska redovisa och kontrollera sitt resultat i denna fas.

Matematikundervisning genom problemlösning bidrar till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa vardagliga matematiska problem samt att problemen ska ge eleverna möjlighet att fördjupa och befästa sina kunskaper och upptäcka nya begrepp och samband. Eleverna ska föra matematiska resonemang samt argumentera och värdera för sina valda strategier till problemets lösning (Hagland, Hedrén & Taflin, 2005; Skolverket, 2017; Taflin, 2007; Lester & Lambdin, 2007). I lärarnas beskrivning av sin matematikundervisning genom problemlösning framkommer det att Marie, Maria och Petra fokuserar mer på att gå igenom problemet tillsammans och vägleda eleverna vilka strategier de ska använda för att lösa problemet. Detta liknar matematikundervisning *för* och *om* problemlösning där eleverna behöver matematiska kunskaper och välja rätt strategi för att lösa problemen. De tre lärarna betonar att eleverna ska "prata matte" vilket kan jämföras med att eleverna reflekterar och värderar över strategier och resultat vilket är en del i undervisning *genom* problemlösning. Anna, Elin och Sara beskriver sin undervisning *genom* problemlösning. De använder vardags- och elevnära problem och som undervisningsmetod EPA. Eleverna får möjlighet att först själva ta sig an problemet och därefter arbeta i par. Avslutningsvis diskuterar eleverna tillsammans med lärarna de olika lösningar som eleverna har kommit fram till. På så sätt utmanas eleverna att upptäcka nya begrepp och samband samt reflekterar över valda strategier.

Lärarnas mål när de undervisar genom problemlösning

Wyndhamn, Riesbeck, & Schoultz, (2000) beskriver problemlösning som ett sätt att lära. Med dettas menas att ett problem saknar till en början en given metod för att lösas och eleverna ska försöka finna en önskvärd lösning genom att använda sig av olika strategier. Eleverna behöver var motiverade och engagerade för att finna en lösning till det givna problemet. Detta stämmer överens med hur lärarna beskriver problemlösning genom att det givna problemet utmanar eleverna till att välja strategi för att kunna lösa problemet. Dock får Maries, Marias och Petras elever vägledning genom att de modellerar och går igenom ett liknande problem innan eleverna själva får lösa ett, Vilket påminner om Polyas (1957) beskrivning att problemlösning är en praktisk verksamhet där skickligheten förvärvs genom att eleverna härmar, övar och praktiserar.

Lärarna beskriver att deras mål med undervisningen genom problemlösning är att få eleverna att utmana sig själva genom att använda olika strategier för att lösa det givna problemet och att det finns olika sätt att lösa samma problem. De vill få eleverna att "prata matte" med det menar lärarna att eleverna ska sätta ord på sina tankar kring problemet och dess lösning. Detta liknar det Schoenfeld (1985) menar med att tänka matematik genom att använda problemlösning i matematikundervisning. Oftast arbetar eleverna i grupp när de ska lösa det givna problemet. På så sätt blir det naturligt för dem att diskutera och använda olika strategier att lösa det.

Petra beskriver att hon har som mål att eleverna ska försöka att nå målen på de nationella proven. Endast Eva nämner att problemlösning står i kursplanen som både en förmåga och centralt innehåll. De övriga lärarna nämner inte läroplanen utan deras fokus ligger på deras egna mål dock går de att knyta an till kunskapskraven som står i läroplanen.

Eleven kan lösa enkla problem i elevnära situationer på ett **i huvudsak** fungerande sätt genom att välja och använda strategier och metoder med **viss** anpassning till problemets karaktär. Eleven beskriver tillvägagångssätt på ett **i huvudsak** fungerande sätt och för **enkla och till viss del** underbyggda resonemang om resultatens rimlighet i förhållande till problemsituationen samt kan **bidra till** att ge **något förslag** på alternativt tillvägagångssätt (Skolverket, 2017).

Ytterligare beskriver lärarna att eleverna ska känna sig trygga, det vill säga inte vara rädda för problemen för att det utmanar dem till att använda olika strategier för att lösa problemet. Eleverna behöver vänja sig vid att tillåter att ta lång tid att lösa ett problem jämfört med de rutinuppgifter som finns i matematikböckerna. Min tolkning av detta är att eleverna inte ska tro att det är något svårt att lösa problem utan att alla kan det på sin nivå samt att det finns en hets i klassrummen att räkna fort i matematikboken.

Metoddiskussion

Målet var att intervjua mellan 6 – 8 matematiklärare som undervisar i årskurs 4–6. För att få ett jämförbart resultat ville jag ha lika många kvinnor som män. Men på grund av bortfall intervjuade jag sex kvinnliga matematiklärare. För att komma i kontakt med matematiklärare mailade jag till tretton rektorer varav endast två vidarebefordrade mitt mail till lärare, som också ställde upp på intervju. Genom personliga kontakter fick jag tag på ytterligare fyra lärare. Många av lärarna ställde upp på intervjun när de hade planeringstid. Detta medförde att jag upplevde en viss tidspress. Respondenterna ställde frivilligt upp på intervjun och de var väl tillmötesgående.

Under mina intervjuer med respondenterna hade jag en intervjuguide med bakgrundsfrågor, huvudfrågor samt flertalet följdfrågor. Jag intervjuade en till två respondenter per dag. Efter ett par intervjuer kunde jag märka att jag ställde följdfrågor som jag inte hade skrivit i min intervjuguide samt att jag var mer avslappnad. Fördelen med en väl utformad intervjuguide var att jag fick ställt de frågor jag tänkt mig. Dock fanns det en nackdel, när respondenterna redan hade svarat på min följdfråga i huvudfrågan vilket innebar att jag ”tappade bort mig” i intervjuguiden. Nackdelen med att endast intervjua sex personer var att det sista tre intervjuerna ställde jag bättre följdfrågor och jag började se ett mönster i svaren. Hade jag sett mönstret tidigare hade jag kunnat ställa fler följdfrågor om exempelvis tidsbrist gällande elever och lärares synvinkel för att få en ännu tydligare bild. Eriksson-Zetterquist & Ahrne (2015) beskriver att in forskaren upplever att respondenternas svar känns igen och samma svarsmönster återkommer finns det en mättnad. Eftersom jag fann ett återkommande mönster hade mina intervjuer uppnått en viss mättnad och därför är mina intervjuer representativa för mitt syfte. I anslutningen till intervjuerna transkriberades de, på så vis kände jag igen frågorna och svaren samt hade kvar känslan av mötet med respondenten. Dock blev intervjuerna längre ju fler respondenter jag intervjuade vilket kan ha inverkat på transkripten eftersom jag transkriberade över fler dagar.

Det jag kunde ha gjort annorlunda var att endast intervjua en person om dagen samt transkribera direkt samma dag. För att få min önskade urvalsgrupp hade jag kunnat besöka skolorna personligen för att få tag på matematiklärare istället för att maila rektorerna.

Slutsats

Min slutsats är att det blir vanligare att lärare använder sig av problemlösning i sin matematikundervisning. En bidragande orsak kan vara att det står i läroplanen som ett centralt innehåll och förmåga som ska bedömas. Dock är frågan om lärarna undervisar *genom* problemlösning? Det matematiska problem som lärarna använder sig av beskrivs som ett elevnära och vardagsproblem som inte på förhand har en given procedur för att lösa och eleverna behöver anstränga sig för att lösa det. Vilket stämmer överens med den beskrivning som forskarna Wyndhamn (1994), Taflin (2007) samt Schoenfeld (1994) gör tidigare i texten. De intervjuade matematiklärarna beskriver sin undervisning i fyra olika faser som fokuserar på problemlösningsprocessen och ej *genom* problemlösning. I den första fasen presenteras ett matematiskt problem. Marie, Maria och Petra modellerar samt förklarar ord och begrepp för eleverna. De övriga låter eleverna ta sig an problemet själva.

Därefter får eleverna arbeta enskilt och i grupp för att ta sig an problemet. I denna fas analyserar eleverna problemet och identifiera vad de känner till. Vidare försöker eleverna lösa det givna problemet främst genom att använda strategin rita eftersom alla lärare nämner detta. När de löser problemet görs det på ett blankt papper eller på miniwhiteboard. Till sist avslutas lektionerna i någon form av redovisning i deras grupper, halvklass eller i helklass. Det är frivilligt att redovisa inför klassen och ibland samlar lärarna in elevernas lösningar för att se *hur* eleverna har kommit fram till sin lösning. Dessa faser stämmer överens med den beskrivning som Polya (1957) framställer, förstå problemet, göra upp en plan, genomföra planen samt se tillbaka och kontrollera resultatet. Min studie visar att Anna, Elin och Sara undervisar *genom* problemlösning. De låter eleverna själva börja ta sig an det givna problemet och därefter arbeta i par. Eleverna upptäcker tillsammans nya begrepp eller samband samt använder olika strategier för att lösa problemet. Avslutningsvis diskuterar eleverna tillsammans med lärarna de olika lösningar som eleverna har kommit fram till.

Målet med lärarnas undervisning är att stärka elevernas självförtroende och attityd till att lösa problemet samt att fostra dem till att det får lov att ta tid för att lösa det givna problemet. Läroplanen ligger till grund för lärarnas undervisning i matematik där problemlösning är ett centralt innehåll och en förmåga.

Vidare forskning

Min studie visar att tre av lärarna undervisar i matematik genom problemlösning. Sara är en av lärarna som undervisar genom problemlösning och hon examinerades 2018. För vidare forskning skulle det vara intressant att undersöka hur nyexaminerade lärare beskriver sin undervisning i matematik genom problemlösning. Detta för att följa upp hur lärarstudenter tar till sig sin utbildning och för den vidare in i klassrummet till eleverna.

Referenser

- Ahrne, G. & Svensson, P. (Red.). (2015) *Handbok i kvalitativa metoder*. Stockholm: LiberAB.(Red.), G. A. (2015).
- Azer, S. A. (2009). Problem-based learning in the fifth, sixth, and seventh grades: Assessment of students' perceptions. *Teaching and Teacher Education*, 25(8), 1033–1042
- Björklund, E. (2018). *Undervisa matematik, genomgångar, strategier, tips och aktiviteter*. Stockholm: Sanoma Utbildning AB
- Brinkmann, S. K. (2015). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur AB.
- Bryman, A. (2018). *Samhällsvetenskapliga metoder*. Stockholm: Liber AB.
- De Witte, K., & Rogge, N. (2016). Problem-based learning in secondary education: evaluation by an experiment. *Education Economics*, 24(1), 58-82.
- Drake, N. K., & Long, D.(2009). Rebecca's in the Dark: A Comparative Study of ProblemBased Learning and Direct Instruction/Experiential Learning in Two 4th-Grade Classrooms. *Journal of Elementary Science Education*, 21(1), 1-16.
- Eriksson-Zetterquist, U. & Ahrne, G. (2015). Intervjuer. I Ahrne & Svensson (Red), *Handbok i kvalitativa metoder* (s.35–54). Stockholm: Liber AB
- Hagland, K., Hedrén, R., & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem - inspiration till variation*. Stockholm: Liber Ab.
- Hammar Chiriac, E. (2003). *Grupprocesser i utbildning: En studie av gruppers dynamik vid problembaserat lärande* (Doctoral dissertation, Linköping University Electronic Press).
- Hmelo-Silver, C. E. (2004). Problem-based learning: What and how do students learn?. *Educational psychology review*, 16(3), 235-266.
- Jaworski, B. (2002). *Investigating mathematics teaching: A constructivist enquiry*. Routledge.
- Lester, F. K., & Lambdin, D. V. (2007). Undervisa genom problemlösning. *Lära och undervisa i matematik. Internationella perspektiv*, 95-108.
- Möllehed, E. (2001). *Problemlösning i matematik: en studie av påverkansfaktorer i årskurserna 4-9. Bilaga 2: elevernas lösningar av de olika problemen*. Lund University.
- Nationalencyklopedin [NE]. (2019). *Problem*. Hämtad 2019-05-06 från <https://www.ne.se/uppslagsverk/ordbok/svensk/problem>
- Polya, G. (1957). *How to solv it*. Princeton : Princeton University Press.
- Prince, M.J., &Felder, R. M. (2206). Inductive teaching and learning methods:Definitions, comparisons, and research bases. *Journal of engineering education*, 95(2), 123–128.
- Rennstam, J. & Wästerfors, D. (2015). Att analysera kvalitativt material. I Ahrne & Svensson (Red), *Handbok i kvalitativa metoder* (s.221–236). Stockholm: Liber AB
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grows (Red.) *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*, s. 334-370. New York: MacMillan. Skolverket. (2017). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Hämtad 2019-05-24 från <https://www.skolverket.se/undervisning/grundskolan/laroplan-och-kursplaner-for-grundskolan/laroplan-lgr11-for-grundskolan-samt-for-forskoleklassen-och-fritidshemmet>

Skolverket. (2017). *Kommentarmaterial till kursplan i matematik* Hämtad 2019-05-24 från <https://www.skolverket.se/publikationsserier/kommentarmaterial/2017/kommentarmaterial-till-kursplanen-i-matematik-reviderad-2017>.

Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan: för att skapa tillfällen till lärande* (Doctoral dissertation, Matematik och matematisk statistik).

Taylor, D., & Mifflin, B. (2008). Problem-based learning: where are we now?. *Medical teacher*, 30(8), 742-763.

Vetenskapsrådet, S. (2002). Forskningsetiska principer inom humanistisk samhällsvetenskaplig forskning. *Stockholm: Vetenskapsrådet*.

Wyndhamn, J. Riesbeck, S. & Schoultz, J. (2000) *Problemlösning som metafor och praktik*: Linköpings universitet. Institutionen för tillämpad lärarkunskap, Linköping.

Wyndhamn, J. (1993). *Problem-solving revisited: on school mathematics as a situated practice* (Doctoral dissertation, Linköpings universitet).

Bilaga 1 Intervjuguide

Bakgrundsfrågor

Namn:

Ålder:

Kön:

Utbildning:

Arbetar i skolor:

Antal år som verksam som lärare:

Antal år som du har arbetat på skolan:

1. Har du gått matematiklyftet?

Vid svar JA

- Hur har deltagandet påverkat/förändrat din undervisning?
- Kan du ge något specifikt exempel?
- Hur väljer du ut uppgifter?
- Hur ser lektionsstrukturen ut?
- Har matematiklyftet påverkat din bedömning av eleverna?

2. Vad är ett matematiskt problem för dig?

3. Hur har matematiklyftet påverkat din undervisning genom problemlösning?

4. Hur använder du problemlösning i undervisningen?

5. Vad har du för mål när du arbetar med problemlösning?

6. Var hittar du problemen?

- Kan du ge några exempel på problem ger du eleverna?
- Hur går du till väga när du ska undervisa genom problemlösning (lektionsstruktur)?
- Hur arbetar eleverna när de löser problemet (EPA, STA=självständigt tyst arbete)?
- Vilka frågor brukar du ställa till eleverna under problemlösningsprocessen?
- Hur tänker du kring vilken representationsform (KLAG) eleverna ska använda?
- På vilket sätt redovisar eleverna problemlösningen?
- Väljer du ut några som ska redovisa?
- Om ja, hur går du tillväga?
- När eleverna har löst sitt problem, låter du eleverna ”**göra ett liknande problem och lösa det**”?
- Om ja, följer du upp deras egna problem?

7. Ser du några fördelar med att undervisa genom problemlösning?

- Vilka är fördelarna och i så fall varför?
- Är det någon fördel som väger tyngre än någon annan?

8. Ser du några hinder för att undervisa genom problemlösning?

- Fungerar problemlösning för alla eller är det direkt olämpligt för vissa elever?
- Är problemlösning en möjlighet eller hinder när det gäller elever med annat modersmål än svenska?

Vid svar NEJ

2. Vad är ett matematiskt problem för dig?

3. Hur använder du problemlösning i undervisningen?

4. Vad har du för mål när du arbetar med problemlösning?

5. Var hittar du problemen?

- Kan du ge några exempel på problem ger du eleverna?
- Hur går du till väga när du ska undervisa genom problemlösning (lektionsstruktur)?

- Hur arbetar eleverna när de löser problemet (EPA, STA=självständigt tyst arbete)?
- Vilka frågor brukar du ställa till eleverna under problemlösningsprocessen?
- Hur tänker du kring vilken representationsform (KLAG) eleverna ska använda?
- På vilket sätt redovisar eleverna problemlösningen?
- Väljer du ut några som ska redovisa?
- Om ja, hur går du tillväga?
- När eleverna har löst sitt problem, låter du eleverna **”göra ett liknande problem och lösa det”**?
- Om ja, hur slutför du lektionen?

6. Ser du några fördelar med att undervisa genom problemlösning?

- a. Vilka är fördelarna och i så fall varför?
- b. Är det någon fördel som väger tyngre än någon annan?

7. Ser du några hinder för att undervisa genom problemlösning?

- a. Fungerar problemlösning för alla eller är det direkt olämpligt för vissa elever?
- b. Är problemlösning en möjlighet eller hinder när det gäller elever med annat modersmål än svenska?